



## ΕΠΑ.Λ. Α' ΟΜΑΔΑΣ

## ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι

## ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

## ΘΕΜΑ Α

A1. Θεωρία. Σελίδα 81 σχολικού βιβλίου.

- A2. α) Σωστό.  
β) Λάθος.  
γ) Λάθος.  
δ) Λάθος.

- A3. α)  $F(x) = x + c$   
β)  $F(x) = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + c$   
γ)  $F(x) = \eta\mu x + c$   
δ)  $F(x) = \epsilon\phi x + c$

## ΘΕΜΑ Β

B1. Έχω

$$\bar{x} = \frac{x_1 \cdot v_1 + x_2 \cdot v_2 + x_3 \cdot v_3 + x_4 \cdot v_4 + x_5 \cdot v_5}{v_1 + v_2 + v_3 + v_4 + v_5} \Leftrightarrow 1 = \frac{(-1) \cdot 8 + 0 \cdot 12 + 1 \cdot 10 + 2v_4 + 3 \cdot 8}{8 + 12 + 10 + v_4 + 8} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 1 = \frac{26 + 2v_4}{38 + v_4} \Leftrightarrow 26 + 2v_4 = 38 + v_4 \Leftrightarrow v_4 = 12$$

B2.

$x_i$	$v_i$	Σχετική συχνότητα $f_i$	Σχετική συχνότητα $f_i\%$	Αθροιστική συχνότητα	Αθροιστική σχετική συχνότητα $F_i$	Αθροιστική σχετική συχνότητα $F_i\%$
-1	8	0,16	16	8	0,16	16
0	12	0,24	24	20	0,40	40
1	10	0,20	20	30	0,60	60
2	12	0,24	24	42	0,84	84
3	8	0,16	16	50	1	100
Σύνολο	50	1	100			

**B3.** Επειδή οι τιμές  $x_2 = 0$  και  $x_4 = 2$  εμφανίζονται με την μεγαλύτερη συχνότητα ( $\nu = 12$ ) υπάρχουν δύο επικρατούσες τιμές, οι  $0^\circ\text{C}$  και  $2^\circ\text{C}$ . Επειδή το πλήθος των παρατηρήσεων είναι άρτιο ( $\nu = 50$ ) η διάμεσος είναι 
$$\delta = \frac{\text{άθροισμα μεσαίων παρατηρήσεων}}{2} = \frac{1+1}{2} = 1^\circ\text{C}.$$

**B4.** Η θερμοκρασία ήταν το πολύ  $0^\circ\text{C}$  για  $\nu_1 + \nu_2 = 8 + 12 = 20$  ημέρες. Το ποσοστό των ημερών με θερμοκρασία τουλάχιστον  $2^\circ\text{C}$  είναι  $f_3\% + f_4\% = 24 + 16 = 40\%$

### ΘΕΜΑ Γ

**Γ1.** Αφού η  $f$  συνεχής στο  $\mathbb{R}$  θα είναι και στο  $x_0 = 1$ .

$$\text{Είναι } \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (x^2 - 5x + \lambda) = 1 - 5 + \lambda = \lambda - 4$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x + \sqrt{x}) = 1 + 1 = 2$$

$$f(1) = 1 - 5 + \lambda = \lambda - 4$$

$$\text{Άρα } \lambda - 4 = 2 \Leftrightarrow \lambda = 6 \text{ και } f(x) = \begin{cases} x^2 - 5x + 6, & x \leq 1 \\ x + \sqrt{x}, & x > 1 \end{cases}$$

**Γ2.** Έχω  $f(1) = 1 - 5 + 6 = 2$

$$\text{οπότε } \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x^3 - x} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 - 5x + 6 - 2}{x^3 - x} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 - 5x + 4}{x^3 - x} =$$

$$\stackrel{0}{=} \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(x-1)(x-4)}{x(x^2-1)} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(x-1)(x-4)}{x(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x-4}{x(x+1)} = \frac{-3}{2}.$$

**Γ3.** Έχω  $f(9) = 9 + \sqrt{9} = 9 + 3 = 12$

$$\text{οπότε } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(9)}{\sqrt{x+2} - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 5x + 6 - 12}{\sqrt{x+2} - 1} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 5x - 6}{\sqrt{x+2} - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x+1)(x-6)}{\sqrt{x+2} - 1} \cdot \frac{\sqrt{x+2} + 1}{\sqrt{x+2} + 1} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x+1)(x-6)(\sqrt{x+2} + 1)}{x+2-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x-6)(\sqrt{x+2} + 1) = -7 \cdot 2 = -14.$$

$$\text{Γ4. } I = \int_0^4 f(x) dx = \int_0^1 f(x) dx + \int_1^4 f(x) dx =$$

$$= \int_0^1 (x^2 - 5x + 6) dx + \int_1^4 (x + \sqrt{x}) dx =$$

$$= \left[ \frac{x^3}{3} - \frac{5}{2}x^2 + 6x \right]_0^1 + \left[ \frac{x^2}{2} + \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} \right]_1^4 =$$

$$= \left( \frac{1}{3} - \frac{5}{2} + 6 \right) - 0 + \left( \frac{16}{2} + \frac{2}{3} \cdot 4^{\frac{3}{2}} \right) - \left( \frac{1}{2} + \frac{2}{3} \right) = \dots = 16.$$

**ΘΕΜΑ Δ**

**Δ1.** Για  $x \in \mathbb{R}$  είναι:

$$f'(x) = 3 \cdot a \cdot x^2 + 2 \cdot \beta \cdot x + \alpha + 2 \text{ και } f''(x) = 6 \cdot a \cdot x + 2 \cdot \beta$$

**Δ2.** Αφού η  $f$  παρουσιάζει ακρότατο στο  $x_1 = 1$  από θεώρημα Fermat έχω ότι  $f'(1) = 0$  άρα  $3 \cdot a + 2 \cdot \beta + \alpha + 2 = 0 \Leftrightarrow 4 \cdot \alpha + 2 \cdot \beta + 2 = 0 \Leftrightarrow 2 \cdot \alpha + \beta + 1 = 0$  (1)

Ακόμη  $f''(0) = 2 \Leftrightarrow 6 \cdot a \cdot 0 + 2 \cdot \beta = 2 \Leftrightarrow \beta = 1$   
 οπότε η (1) δίνει  $2 \cdot \alpha + 1 + 1 = 0 \Leftrightarrow \alpha = -1$

**Δ3.** Για  $\alpha = -1$  και  $\beta = 1$

Έχω  $f(x) = -x^3 + x^2 + x - 1$ ,

και  $f'(x) = -3 \cdot x^2 + 2 \cdot x + 1$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -3 \cdot x^2 + 2 \cdot x + 1 = 0$

$\Delta = 4 + 12 = 16 > 0$

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm 4}{-6} = \frac{2}{-6} = -\frac{1}{3}$$

x	$-\infty$	$-\frac{1}{3}$	1	$+\infty$
f(x)	-	○	○	-
f'(x)	↘	↗	↘	
		T.E.	T.M.	

Η  $f$  είναι γνήσια φθίνουσα στα διαστήματα  $\left(-\infty, -\frac{1}{3}\right]$  και  $[1, +\infty)$  και γνήσια

αύξουσα στο  $\left[-\frac{1}{3}, 1\right]$ .

Στο  $x_1 = 1$  παρουσιάζει τοπικό μέγιστο με μέγιστη τιμή την

$f(1) = -1^3 + 1^2 + 1 - 1 = 0$  και στο  $x_2 = -\frac{1}{3}$  τοπικό ελάχιστο με ελάχιστη τιμή

$$f\left(-\frac{1}{3}\right) = -\left(-\frac{1}{3}\right)^3 + \left(-\frac{1}{3}\right)^2 + \left(-\frac{1}{3}\right) - 1 = -\frac{-1}{27} + \frac{1}{9} - \frac{1}{3} - 1 = \frac{1}{27} + \frac{1}{9} - \frac{1}{3} - 1 =$$

$$= \frac{4}{27} - \frac{36}{27} = -\frac{32}{27}.$$

- Δ4.** Αφού στο  $x_1 = 1$  η  $f$  παρουσιάζει τοπικό μέγιστο με μέγιστη τιμή την 0 και για  $x > 1$  είναι γνήσια φθίνουσα, στο  $[2, 3]$  θα παίρνει αρνητικές τιμές.

$$\text{Άρα } E(\Omega) = \int_2^3 -f(x) dx = \int_2^3 (x^3 - x^2 - x + 1) dx = \left[ \frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + x \right]_2^3 =$$

$$\left( \frac{3^4}{4} - \frac{3^3}{3} - \frac{3^2}{2} + 3 \right) - \left( \frac{2^4}{4} - \frac{2^3}{3} - \frac{2^2}{2} + 2 \right) \dots = \frac{101}{12} \text{ τ.μ..}$$